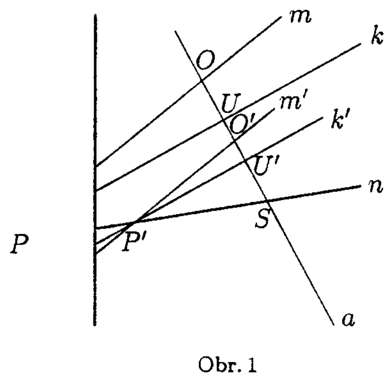
Použitie rovnoľahlosti pri konštrukciách v obmedzenej nákresni

MARIÁN TRENKLER, katedra geometrie a algebry Prírodovedeckej fakulty Univerzity P. J. Šafárika, Košice

Pri grafických konštrukciách sa nám niekedy stane, že niektoré útvary (body, úsečky a pod.) sa nachádzajú mimo rysovacieho papiera — nákresne (hovoríme o nich, že sú *neprístupné*) a v ďalšej konštrukcii ich potrebujeme. Napríklad: Dve priamky a, b sa pretínajú tak, že ich priesečník M nie je v nákresni. Týmto bodom M a daným prístupným bodom N máme narysovať priamku.

Takýchto úloh je veľa a riešia sa rôznymi spôsobmi (viď [1]). Pri niektorých sa použijú zobrazenia a z nich veľmi často môžeme použiť rovnoľahlosť. V nasledujúcich riadkoch si to ukážeme na príkladoch.

Príklad 1 (obr. 1, kde hrubé čiary označujú okraj nákresne). Neprístupným bodom, priesečníkom P priamok m, n, máme viesť kolmicu na danú prístupnú priamku a.



Obr. 1

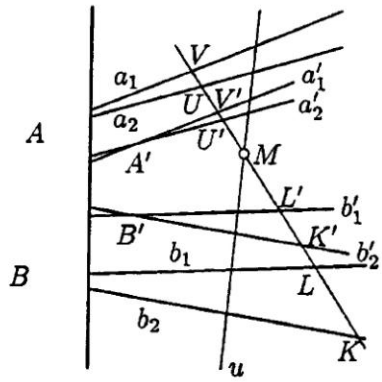
RIEŠENIE: Snažíme sa „previesť" neprístupný bod P na nákresňu. Za týmto účelom zvoľme ľubovoľný prístupný bod, napr. priesečník S priamok a, n za stred rovnoľahlosti $\mathcal{H}$. V každej rovnoľahlosti so stredom S sú priamky a, n samodružné. Koeficient rovnoľahlosti $\mathcal{H}$ voľme tak, aby obraz m' priamky m preťal priamku n v prístupnom bode P'. Kolmica

k', vedená bodom P' k priamke a je rovnobežná s hľadanou kolmicou k na priamku a, ktorá prechádza bodom P.

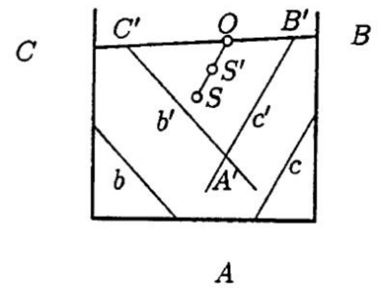
Pri rysovaní môžeme teda postupovať takto: Zostrojíme obraz m' priamky m v rovnoľahlosti so stredom S a s vhodným koeficientom $\varkappa$. (Na obr. 1 sme stredom O' úsečky SO viedli rovnobežku m' s priamkou m.) Bodom $P' \equiv m' \cdot n$ vedieme priamku $P'U' \perp a$. Zostrojíme obraz U' bodu U v rovnoľahlosti $(S; \frac{1}{\varkappa})$. (Na obr. 1 sme na polpriamku SU' naniesli úsečku $SU = 2 \cdot SU'$.) Priamka $k \perp a$, prechádzajúca bodom U, prechádza neprístupným bodom P.

V použitej rovnoľahlosti $(S; \frac{1}{\varkappa})$ je totiž obrazom priamky m' priamka m a obrazom priesečníka P' priamok m', k' priesečník priamok m, k. Pochopiteľne, môže sa vyskytnúť taká poloha priamok m, n, a, že je výhodnejšie použiť iný stred a iný koeficient rovnoľahlosti. Existuje tiež taká poloha daných priamok, že hľadanú kolmicu k nemôžeme narysovať.

Príklad 2 (obr. 2). Dané sú dva neprístupné body A, B a prístupný bod M. Viesť bodom M rovnobežku s priamkou AB.



Obr. 2



Obr. 3

RIEŠENIE: Opäť si „prenesieme" priamku AB na nákresňu. Keď si zvolíme bod M za stred takej rovnoľahlosti, že v nej obrazy A', B' bodov A, B padnú na nákresňu, budeme môcť viesť bodom M rovnobežku u s priamkou $A'B'$. Keďže $A'B' \parallel AB$, bude aj $u \parallel AB$. Ako postupovať pri rysovaní? V rovnoľahlosti so stredom M a s vhodným koeficientom zostrojíme obrazy a_1', a_2', b_1', b_2' priamok a_1, a_2, b_1, b_2, ktorých priesečníky sú neprístupné body A, B. (Na obr. 2 sme bodom M viedli priamku $KLMUV$ a stredmi K', L', U', V' úsečiek MK, ML, MU, MV sme viedli rovnobežky s danými priamkami.) Bodom M vedieme rovnobežku u s priamkou $A'B'$.

Príklad 3 (obr. 3). Nájsť stred S kružnice opísanej trojuholníku ABC, ktorého vrcholy nie sú prístupné.

Zvolíme ľubovoľný prístupný bod, napr. bod O na priamke a, za stred rovnoľahlosti $(O; \varkappa)$, ktorá prevádza priamku b v priamku b', priamku c v priamku c' tak, že body $C' = b' \cap a$, $B' = c' \cap a$, $A'' = b' \cap c'$ sú prístupné. (Na obr. 3 je $\varkappa = \frac{1}{2}$.) Určíme stred S' kružnice opísanej trojuholníku $A'B'C'$. Nájdeme obraz S' bodu S v rovnoľahlosti $(O; \frac{1}{\varkappa})$. (Na obr. 3 sme na polpriamku OS' naniesli úsečku $OS = 2 \cdot OS'$.)

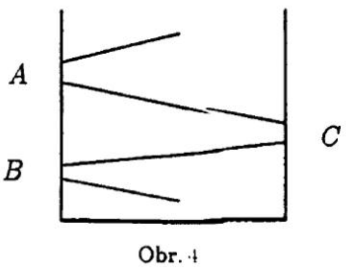
Zdôvodnenie tohto riešenia je obdobné ako u prvých dvoch príkladov. Keby bolo úlohou narysovať prístupné časti kružnice opísanej trojuholníku ABC, polomer tejto kružnice by bol $\frac{1}{\varkappa}$-násobok polomeru kružnice, opísanej trojuholníku $A'B'C'$. (Na našom obrázku dvojnásobok.)

Všimnime si základnú myšlienku týchto úloh:

Vo vhodne zvolenej rovnoľahlosti $(S; \varkappa)$ zostrojíme obraz hľadaných prístupných útvarov tak, že obrazy daných útvarov (bodov, priamok, kružníc a pod.) dostaneme na nákresňu. Na nákresni zostrojíme obraz hľadaného útvaru a potom pomocou rovnoľahlosti $(S; \frac{1}{\varkappa})$ hľadaný útvar.

Precvičte si použitý postup riešením týchto úloh:

1. Neprístupným priesečníkom P priamok m, n viesť rovnobežku s danou prístupnou priamkou a (obr. 1).
2. Dané sú dva neprístupné body A, B a prístupný bod M. Viesť bodom M kolmicu na priamku AB (obr. 2).
3. Neprístupným priesečníkom P daných priamok a, b viesť k nim kolmice.
4. Dané sú tri neprístupné body A, B, C. Bodom C viesť kolmicu na priamku AB (obr. 4).
5. Dvoma neprístupnými bodmi A, B viesť priamku.
6. Určte priesečník výšok trojuholníka, ktorého a) dva vrcholy, b) všetky tri vrcholy sú neprístupné.



Obr. 4

Literatúra:

[1] V. Hruška: *Konstrukce omezenými prostředky a geometricke.* JČMF, Praha 1950.